

Esercizio 1 (3 punti)

Stabilire se il seguente sistema lineare ammette soluzioni al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, ed in caso affermativo determinarle:

$$\begin{cases} 3x + ky + z = 2k \\ 2x - kz = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2 (4 punti)

Sia data la seguente applicazione lineare:

$$f(x, y, z) = (10x, 9y + 2z, 2y + 6z).$$

- Determinare autovalori, autospazi e autovettori di tale applicazione lineare. Stabilire se A è diagonalizzabile e in tal caso scrivere la matrice D diagonale e la matrice P invertibile tali che A sia diagonalizzabile.
- Trovare il nucleo e l'immagine dell'applicazione lineare, una base del nucleo e una base dell'Immagine

Esercizio 3 (1 punto)

Classificare la seguente conica di equazione $4x^2 - y^2 - 8x + 2 = 0$.

Esercizio 4(1 punto)

In un sistema di riferimento cartesiano $Oxyz$ stabilire se le due rette r ed s sono parallele, si intersecano o sono sghembe.

$$r : \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 5t \\ z = 7t - 1 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 2t' - 1 \\ y = 3t' - 5 \\ z = t' - 8 \end{cases}$$