

**Esercizio 1** (1,5 punti)

Dati i sottospazi  $V = \langle (1, 2, 3) \rangle$  e  $W = \langle (1, 2, -1), (2, 3, 0) \rangle$ , calcolare la dimensione dei due sottospazi e la dimensione del sottospazio intersezione.

**Esercizio 2** (3 punti)

Stabilire se il seguente sistema lineare ammette soluzioni al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ , ed in caso affermativo determinarle:

$$\begin{cases} kx + y + z = 0 \\ 2x - kz = k \\ x - z = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 3** (4 punti)

Sia data la seguente applicazione lineare:

$$f(x, y, z) = (10x, 9y + 2z, 2y + 6z).$$

- Determinare autovalori, autospazi e autovettori di tale applicazione lineare. Stabilire se  $A$  è diagonalizzabile e in tal caso scrivere la matrice  $D$  diagonale e la matrice  $P$  invertibile tali che  $A$  sia diagonalizzabile.
- Trovare il nucleo e l'immagine dell'applicazione lineare, una base del nucleo e una base dell'Immagine

**Esercizio 4** (1,5 punti)

Stabilire se la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 8 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  è invertibile e, in tal caso, determinarne la matrice inversa.